كليّة الهندسة

السنة الثالثة

الفصل الأول

الدكتور:أمجد زينو

17/11/2013

المحاضرة

7

عدد الصفحات

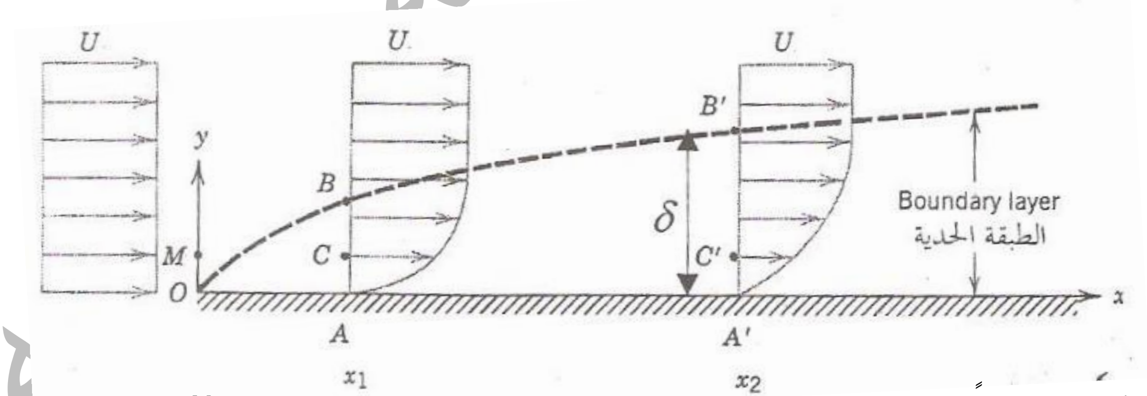
6

هيدروليك 3

# الطبقة الحدية

## مفهوم الطبقة الحدية:

لنأخذ سائلاً حقيقياً يجري بسرعة منتظمة $U$ دون أن يتعرض لأية إعاقة ولنضع صفيحة مستوية أفقية ثابتة ملساء توازي اتجاه الجريان كما في الشكل ، فعندما يبدأ السائل الجريان على سطح الصفيحة يحصل احتكاك مابين لسطح الصلب للصفيحة والجزيئات السائل لأن السائل حقيقي مما يؤدي إلى انعدام سرعة جزيئات السائل الملامسة للصفيحة.

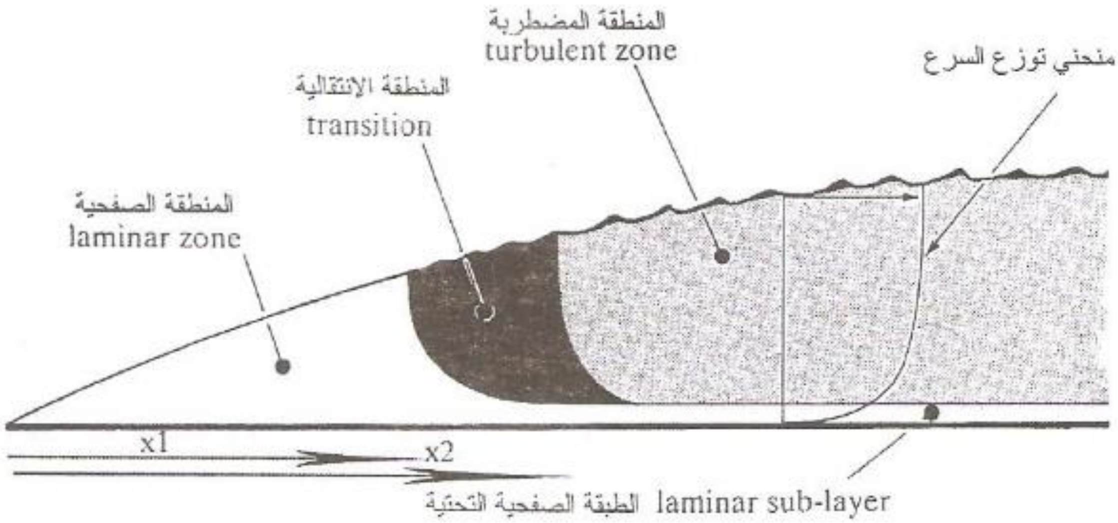



لو أخذنا مقطعاً في الصفيحة يقع على مسافة صغيرة $x_1$ من بدايتها باتجاه المحور X ودرسنا تغير قيم السرع باتجاه المحور y لوجدنا أن قيمة السرعة عند السطح الصلب تساوي الصفر ، لكنها تزداد بشكل سريع لتصل خلال طبقة سماكتها $\delta$ إلى قيمة السرعة الأصلية للجريان U حيث تدعى U

**سرعة التيار الحر** وتدعى الطبقة الملامسة للسطح الصلب التي لايكون فيها تدرج السرعة مساوياً للصفر **الطبقة الحدية**.

## خصائص الجريان في الطبقة الحدية:

نميز في الطبقة الحدية ثلاث مناطق كما في الشكل:




١) **المنطقة الصفحية:** تمتد من بداية الدخول للصفيحة إلى المسافة $x_1$ المحددة من بدايتها ويكون الجريان فيها صفحياً أي لايحصل تذبذب في قيم السرعة والضغط مع الزمن.

٢) **المنطقة المضطربة:** تتشكل على مسافة $x_2$ من بداية الدخول للصفيحة ويكون الجريان فيها مضطرباً أي يحدث تذبذب في قيمة الضغط والسرعة مع الزمن.

وإذا قمنا بدراسة دقيقة لطبيعة الجريان فيها فإننا نجد أن هناك طبقة أخرى رقيقة جداً تقع أسفل الطبقة الحدية المضربة تكون ملامسة للسطح الصلب ويكون الجريان فيها صفحياً و تدعى **بالطبقة السطحية التحتية**.

٣) **المنطقة الانتقالية:** تتشكل بين المنطقتين السابقتين ويجمع الجريان فيها بين خواص الجريان الصفحي والمضطرب.

يتم تحديد تحديد موع كل من المنطقة الصفحية والمضطربة من أجل جران غير قابل للانضغاط على صفيحة مستوية ملساء حسب قيمة عدد رنولدز الذي يعطى بالعلاقة:

$$Re_x = \frac{U.\rho.x}{u} = \frac{U.x}{\nu}$$

حيث:

$U$: سرعة التيار الحر $\nu$: اللزوجة الحركية للسائل.

$x$: بعد المقطع المدروس عن بداية دخول الصفيحة.

عندما يكون عدد رينولدز $Re_x < 3.2 * 10^5$ فإن الطبقة الحدية تكون صفحية ، وعندما يكون $Re_x > 10^6$ فإن الطبقة الحدية تكون مضطربة ومابين القيمتين السابقتين فإن لطبقة الحدية تكون انتقالية.

واعتماداً على الشرط السابق يتم تحديد طول الطبقة الحدية الصفحية $x_l$ حيث لدينا:

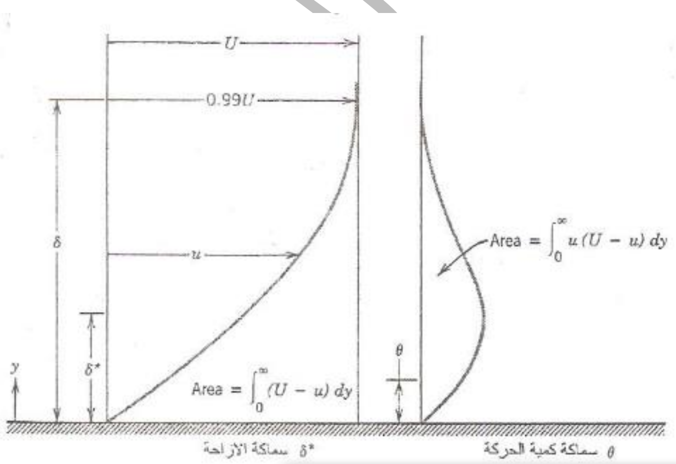
$$Re_c = \frac{U.x_l}{\nu} = 5 * 10^5 \qquad x_l = \frac{5 * 10^5.\nu}{U}$$

## سماكة الطبقة الحدية:

تعرف سماكة الطبقة الحدية بأنها الارتفاع الممتد من الجدار الصلب إلى النقطة التي تصبح فيها قيمة السرعة مساوية $u = 0.99U$ ويرمز لسماكة الطبقة الحدية بـ $\delta$ وسماكة الطبقة الحدية غير ثابتة وإنما تنمو و تزداد اعتباراً من نقطة الدخول إلى الصفيحة المستوية باتجاه الجريان.

في منحني توزع السرعة كما هو مبين بالشكل عند أي ارتفاع $Y$ تكون السرعة $U$ أقل من سرعة التيار الحر $U$ وبناء عليه يكون الفرق في التصريف خلال واحدة العرض من الصفيحة مساوياً:

$$q_1 = \int_0^\delta (U-u)dy$$




لنأخذ في الطبقة الحدية سماكة مقدارها $\delta^*$ ولنفرض أن السرعة ثابتة خلال هذه السماكة وتساوي سرعة جريان التيار الحر ، فيكون التصريف المار خلال هذه السماكة في واحدة العرض من الصفيحة:

$$q_2 = U.\delta^*$$

وإذا افترضنا $q_1 = q_2$ يكون لدينا:

$$\int_0^\delta (U-u)dy = U.\delta^*$$

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1-\frac{u}{U}\right)dy$$ حيث $\delta^*$ سماكة الإزاحة.

إن كمية الحركة المارة خلال الطبقة الحدية خلال واحدة العرض خلال واحدة الزمن أقل من كمية الحركة المارة من الطبقة نفسها فيما لو كانت السرعة U وهذا الفرق يعطى بالعلاقة:

$$M_1 = \int_0^{\delta} \rho(U-u).u.dy$$

لو أخذنا سماكة θ في الطبقة الحدية وافترضنا أن قيمة السرعة ضمن هذه السماكة ثابتة وتساوي سرعة الجريان U فتكون كمية الحركة تعطى بالعلاقة: $M_2 = \rho.U^2.\theta$

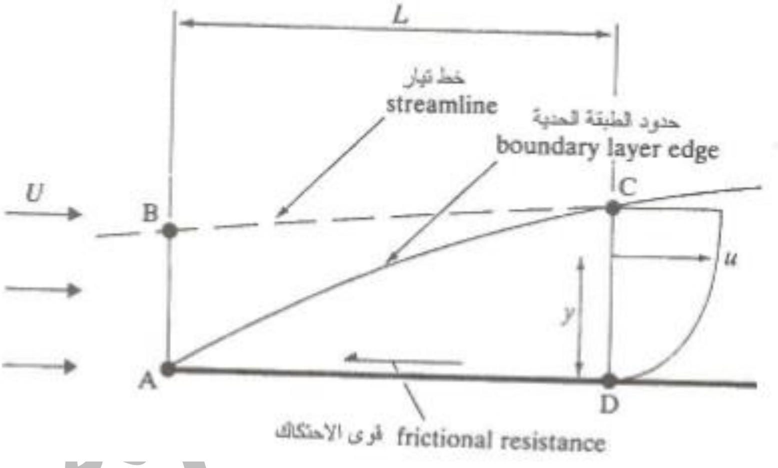
وإذا افترضنا أن : $M_1 = M_2$ يكون لدينا:

$$\rho.U^2.\theta = \int_0^{\delta} \rho(U-u).u.dy \Rightarrow \theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{U}.\left(1-\frac{u}{U}\right).dy$$

$$H = \frac{\delta^*}{\theta}$$ حيث $H$ معامل الشكل

## المعادلة التكاملية لكمية الحركة:

لنأخذ حج تحكم ABCD المبين بالشكل الذي يتكون من مقطع طوله L يمر من الطبقة الحدية ويحدد بخط التيار $BC$ فنجد التصريف المار عبر المقطع CD يساوي: $Q_{CD} = \int_0^{\delta} u.dy$




كما أن كمية الحركة عبر المقطع $CD$ تساوي:

$$M_{CD} = \int_0^{\delta} \rho.u^2.dy$$

وباعتبار أن $BC$ هو خط التيار فإن التصريف المار من المقطع $AB$ يساوي التصريف المار من المقطع $AB$ لكن السرعة في المقطع AB ثابتة وتساوي U وبالتالي فإن كمية الحركة من المقطع AB يساوي التصريف المار من المقطع المقطع CD

ولكن السرعة في المقطع AB ثابتة وتساوي U وبالتالي فإن كمي الحركة في واحدة الزمن عبر المقطع AB ستكون: $M_{ab} = \int_0^{\delta} \rho.u.U.dy$

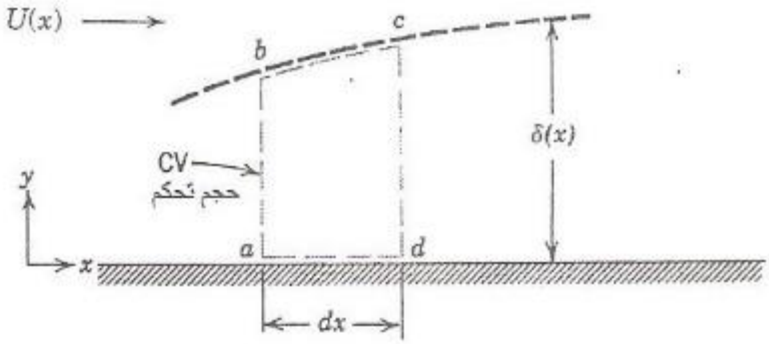
وبالتاي سيكون التغير في كمية الحركة بين المقطعين CD , $AB$ مساوياً:

$$\Delta M = \int_0^\delta \rho.u^2.dy - \int_0^\delta \rho.u.U.dy$$

$$\Delta M = -\int_0^\delta \rho.(U.u - u^2).dy = -\rho.U^2.\int_0^\delta \frac{u}{U}.(1-\frac{u}{U})dy$$

ولدراسة القوى المؤثرة على حجم التحكم المدروس نأخذ حجماً صغيراً منه abcd بطول dx كما في الشكل، وبفرض أن الضغط عند السطح ab هو p أما الضغط عند السطح cd يساوي:

$$p_{x+dx} = p + \frac{\partial p}{\partial x}.dx$$




أما الضغط الوسطي على السطح $bc$ باتجاه المحور x فيساوي:

$$p + \frac{1}{2}.\frac{\partial p}{\partial x}.dx$$

وقوى الضغط المؤثرة على الوجه ab هي: $F_{ab} = p.\delta$

أما قوى الضغط المؤثرة على الوجه $CD$ فهي: $F_{cd} = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}.dx\right).(p.\delta)$

وبالنسبة للمركبة الأفقية لقوة الضغط على الوجه bc فهي تساوي:

$$F_{bc} = \left(p + \frac{1}{2}.\frac{\partial p}{\partial x}.dx\right).d\delta$$

أما قوى الاحتكاك بين السائل و السطح الصلب فتعادل:

$$F_{ad} = \left(\tau_w + \frac{1}{2}d\tau_w\right).dx$$

**حيث: $\tau_w$- إجهاد القص عند الجدار.**

وبإهمال الحدود التفاضلية الصغيرة تكون محصلة القوى باتجاه محور الجريان مساوية:

$$\sum F_{abcd} = \frac{\partial p}{\partial x}.\partial.dx - \tau_w.dx$$

أما محصلة القوة الكلية المؤثرة على حجم التحكم الأصلي ABCD فتصبح:

$$\sum F_{abcd} = \int_0^l \frac{\partial p}{\partial x}.\partial.dx - \int_0^l \tau_w.dx$$

وحسب مبدأ كمية الحركة الذي ينص على أن مجموع القوى المؤثرة على حجم تحكم يساوي التغير في كمية الحركة يمكن كتابة:

$$-\int_0^l \frac{\partial p}{\partial x}.\partial.dx-\int_0^l \tau_w.dx=-\rho.U^2.\int_0^\delta \frac{u}{U}.\left(1-\frac{u}{U}\right)dy$$

$$\boxed{\int_0^l \frac{\partial p}{\partial x}.\partial.dx+\int_0^l \tau_w.dx=\rho.U_\infty^2.\int_0^\delta \frac{u}{U}.(1-\frac{u}{U})dy}$$

**وتدعى هذه المعادلة بالمعادلة التكاملية لكمية الحركة.**

في حالة الجريان فوق صفيحة مستوية حيث تكون السرعة ثابتة ، يكون الضغط حسب مبدأ برنوللي ثابتاً أي: $\frac{\partial p}{\partial x}=0$

وبذلك نأخذ المعادلة التكاملية لكمية الحركة الشكل التالي:

$$\int_0^l \tau_w.dx=\rho.U^2\int_0^\delta \frac{u}{U}.(1-\frac{u}{U})dy=\rho.U^2.\theta$$

وبمفاضلة الطرفين نجد: $\tau_w=\frac{d}{dx}(\rho.U^2.\theta)=\rho.U^2.\frac{d}{dx}\int_0^\delta \frac{u}{U}.(1-\frac{u}{U})dy$

استخدام المعادلة التكاملية لكمية الحركة:

$$\tau_w=\rho.U^2.\frac{d}{dx}\int_0^\delta \frac{u}{U}.(1-\frac{u}{U})dy$$

أما توزع السرعة في الطبقة الحدية فيحدد بالعلاقة العامة التالية:

$$\frac{u}{U}=f\left(\frac{y}{\delta}\right)=f(\eta)$$

$$\eta=\frac{y}{\delta}\ \Rightarrow\ y=\delta.\eta$$

وبالمفاضلة نجد: $dy=\delta.d\eta$

وباعتبار الشروط الحدية: $y=0 \Rightarrow \eta=0\ ,\ y=\delta \Rightarrow \eta=1$

فإن معادلة التكاملية لكمية الحركة تصبح على الشكل التالي:

$$\boxed{\tau_\omega=\rho.U^2.\frac{d\delta}{dx}\int_0^1 \frac{u}{U}(1-\frac{u}{U})d\eta}$$