كليّة الهندسة

السنة الثالثة

الفصل الأول

الدكتور: منصوري

4/11/2013

المحاضرة

6

عدد الصفحات

6

ميكانيك تربة ١

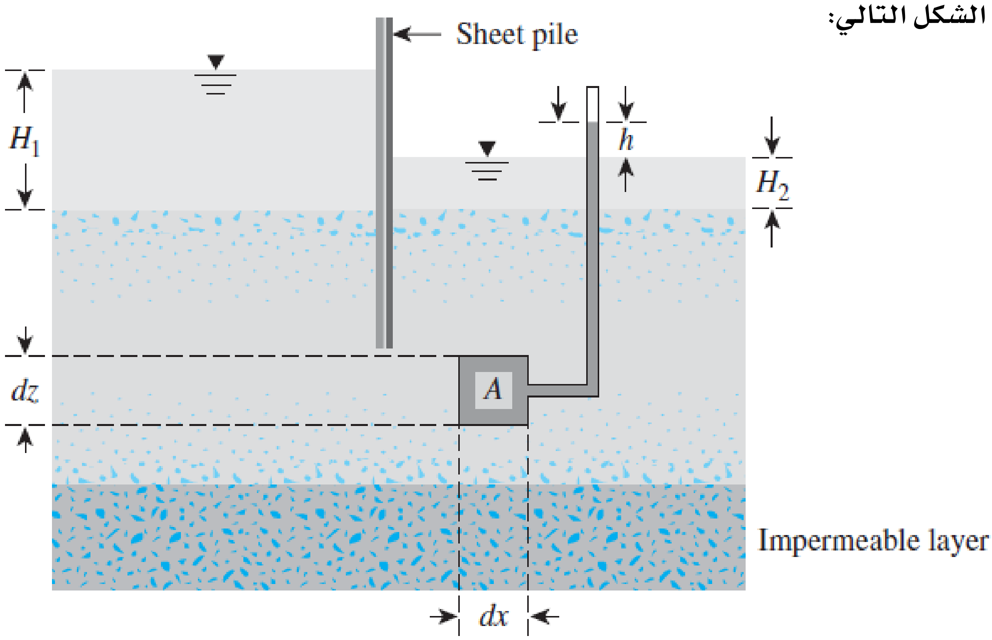
جريان المياه في التربة - Seepage

١ – مقدمة:

رأينا في المحاضرة الخامسة قانون دارسي الذي يطبق على حالة الجريان وفق محور واحد، لكن جريان المياه في التربة لا يخضع دائماً لهذه الخاصية، وغالباً ما يكون هذا الجريان في المستوي ثنائي الأبعاد. تتم دراسة الجريان ثنائي الأبعاد وفق نظرية لابلاس التي ينتج عنها الطريقة المبسطة التخطيطية لشبكة الجريان.

٢ – معادلة لابلاس للاستمرارية:

من أجل استخراج المعادلة التفاضلية لاستمرارية الجريان (معادلة لابلاس)، سندرس الجريان الموضح على الشكل التالي:



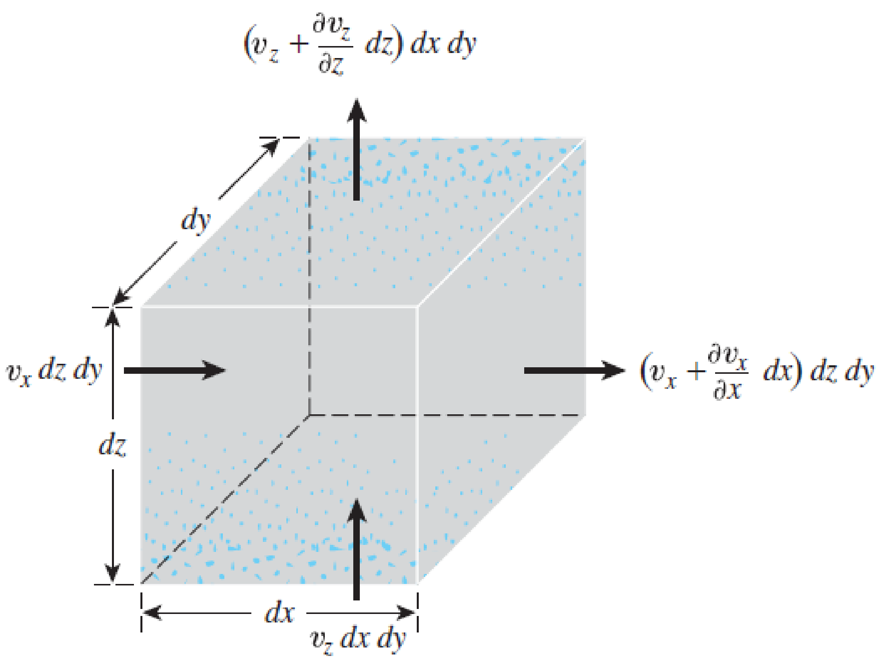
حيث يظهر على الشكل الصفائح الوتدية التي تمنع عبور المياه، وبالتالي فإن المسار الوحيد لخطوط الجريان هو من أسفل هذه الصفائح الوتدية.

فلو اعتبرنا أن الجريان صفحي وأخذنا أبعاد المقطع في النقطة $A(d_x, d_y, d_z)$ واعتبرنا أن مركبة سرعة الجريان في هذه النقطة V_x و V_y فإننا نستنتج أن غزارة المياه التي تدخل متوازي المستطيلات في النقطة A هي

$v_x d_z d_y$ وفق المحور x وكذلك $v_z d_x d_y$ وفق المحور y.

أما كمية المياه الخارجة وفق المحورين x و z هي:

$$\left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx\right) dz\, dy \quad , \quad \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz\right) dx\, dy$$



إن معادلة الاستمرارية تقتضي أن يكون حجم الماء الخارج مساوياً لحجم الماء الداخل وبالتالي:

$$\left[\left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx\right) dz\, dy + \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz\right) dx\, dy\right] - [v_x\, dz\, dy + v_z\, dx\, dy] = 0$$

ومنه ينتج:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

وباستخدام قانون دارسي بحسب كل اتجاه نستطيع أن نكتب:

$$v_x = k_x i_x = k_x \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$v_z = k_z i_z = k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

حيث أن K_x و K_Z هما معاملي النفاذية وفق المحور الأفقي والشاقولي على الترتيب.

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

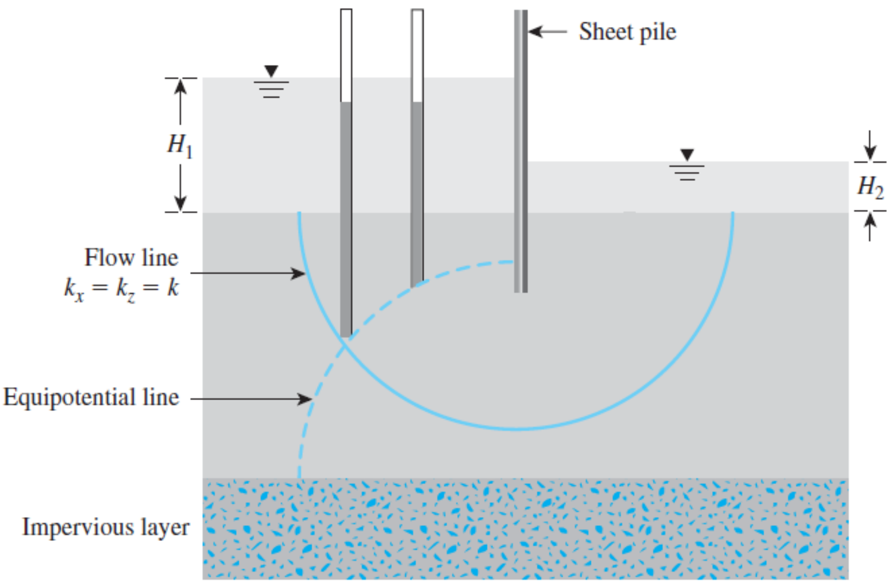
وفي حال كان التربة وسط آيزوتروبي $(Kx=Kz)$ فإننا نحصل على معادلة الاستمرارية للجريان ثنائي الأبعاد المبسّطة التالية:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

٣ – شبكات الجريان:

نظراً لصعوبة الحل التحليلي لمعادلة لابلاس فإننا نلجأ إلى الطريقة التخطيطية في رسم شبكات الجريان، فلو اعتبرنا أن الجريان الذي يظهر على الشكل هو جريان ثنائي الأبعاد ضمن وسط آيزوتروبي.

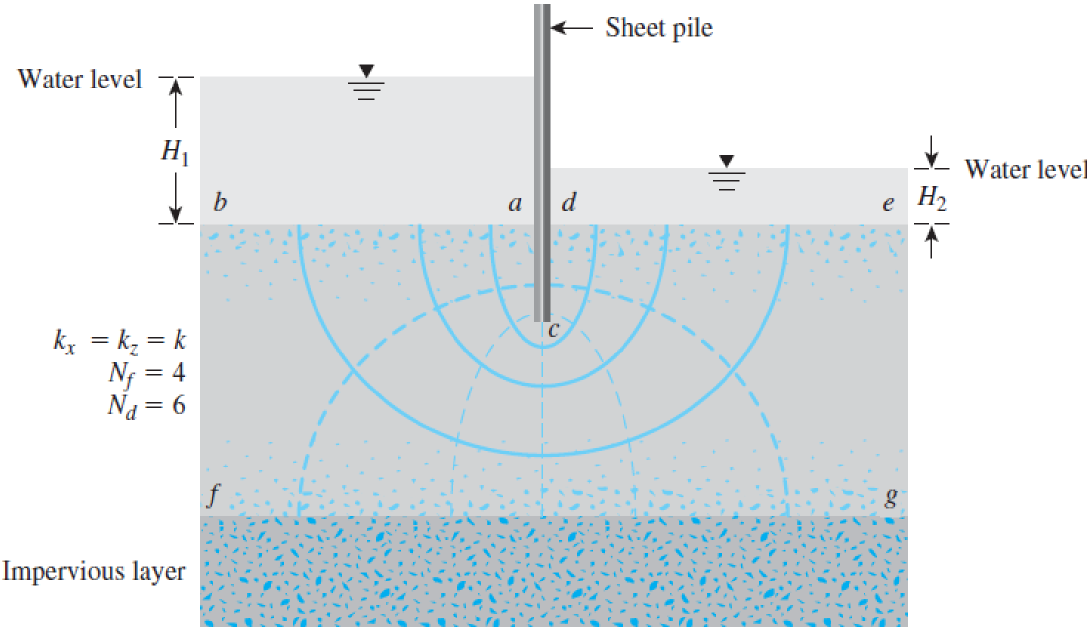
إن شبكة الجريان مكونة من خطوط جريان يتعامد معها خطوط الكمون كما هو موضح على الشكل التالي:



إن خط الجريان هو مرتسم نقطة مياه تعبر التربة من الجهة اليسرى إلى الجهة اليمنى (بحسب الشكل أعلاه). أما خط الكمون فهو مكون من مجموعة النقاط التي تتساوى فيها الارتفاعات البيزومترية.

من أهم خواص شبكة الجريان في الأوساط الآيزوتروبية هو تعامد خطوط الجريان مع خطوط الكمون.

لو نظرنا إلى الشكل التالي لتبين أن خطوط الجريان وخطوط الكمون تترك بينها عناصر شبه مربعة.



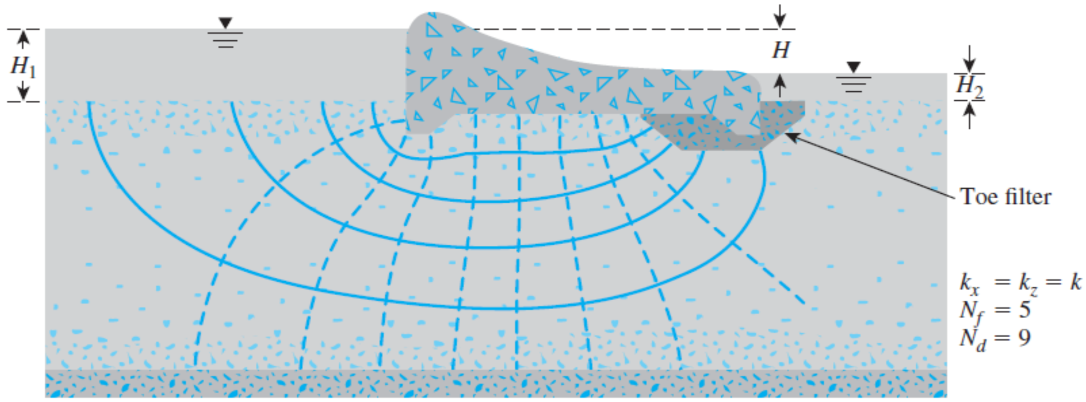
عند رسم شبكات الجريان يجب اعتماد الشروط الحدية التالية:

١ - السطح العلوي للتربة ab من جهة اليسار والسطح العلوي من جهة اليمين de هي خط كمون. وبناءً عليه يجب أن تكون كل خطوط الجريان متعامدة معها.

٢ - السطح السفلي للتربة الملامس للطبقة الكتيمة fg هو خط جريان وبالتالي يجب أن تكون كافة خطوط الكمون متعامدة معه.

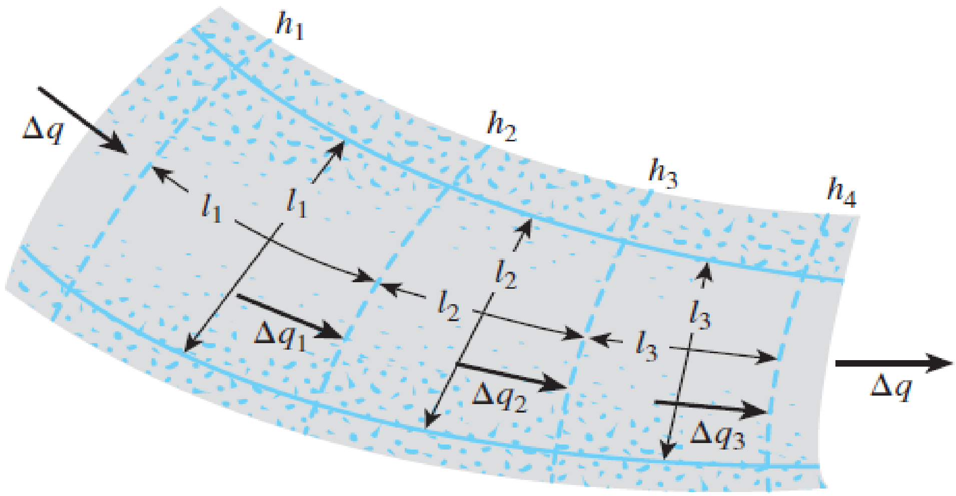
٣ - السطح الملامس للصفائح الوتدية acd هو خط جريان وبالتالي يجب أن تكون كافة خطوط الكمون متعامدة معه.

٤ - زاوية التقاطع بين أي خط جريان مع خط كمون يجب أن تكون زاوية قائمة



٤ – حساب غزارة الجريان بالإعتماد على شبكات الجريان:

إن كل خطي جريان متجاورين يشكلان ما يسمى بأنبوب الجريان. يبين الشكل التالي أنبوب جريان



بحسب الاستمرارية وقانون دارسي :

$$\Delta q_1 = \Delta q_2 = \Delta q_3 = \cdots = \Delta q$$

$$\Delta q = k\left(\frac{h_1 - h_2}{l_1}\right)l_1 = k\left(\frac{h_2 - h_3}{l_2}\right)l_2 = k\left(\frac{h_3 - h_4}{l_3}\right)l_3 = \cdots$$

$$h_1 - h_2 = h_2 - h_3 = h_3 - h_4 = \cdots = \frac{H}{N_d}$$

حيث Nd هي عدد المربعات ضمن أنبوب الجريان

$$\Delta q = k\frac{H}{N_d}$$

وهي الغزارة المارة ضمن أنبوب جريان واحد. أما الغزارة الإجمالية فهي:

$$q = k\frac{HN_f}{N_d}$$

حيث N_f هي عدد أنابيب الجريان

حل التمرين الوارد في المحاضرة السابقة :

أ – إيجاد علاقة معامل النفاذية المكافئ لمجموعة من الطبقات تتوضع بشكل متعامد مع اتجاه الجريان

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \ldots + \Delta H_n$$

$$V = K_v . i = K_v . \frac{\Delta H}{H} \Longrightarrow \Delta H = \frac{V . H}{K_v}$$

$$\frac{V . H}{K_v} = \frac{V_1 . H_1}{K_{v1}} + \frac{V_2 . H_2}{K_{v2}} + \cdots + \frac{V_n . H_n}{K_{vn}}$$

$$V = V_1 = V_2 = \cdots = V_n$$

$$\frac{H}{K_v} = \sum_{i=1}^{n} \frac{H_i}{K_{vi}} \Longrightarrow K_{v(eq)} = \frac{\Sigma H_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{H_i}{K_{vi}}}$$

ب – إعادة حل التمرين لاستخراج علاقة معامل النفاذية المكافئ لعدة طبقات موازية لاتجاه الجريان.

$$q = q_1 + q_2 + \ldots\ldots + q_n$$

$$K_{H(eq)} . H . i = K_1 . H_1 . i_1 + K_2 . H_2 . i_2 + \ldots\ldots$$

لكن $i_1 = i_2 = \ldots\ldots = i$

$$K_{H(eq)} . H = K_1 . H_1 + K_2 . H_2 + \ldots\ldots + K_i . H_i$$

$$K_{H(eq)} = \frac{\Sigma Ki . Hi}{\Sigma Hi}$$
