المحاضرة
6

عدد الصفحات
6

كلّية الهندسة

السنة الثالثة

الفصل الأول

الدكتور: وسام نخلة

10/11/2013

المطرقة المائية

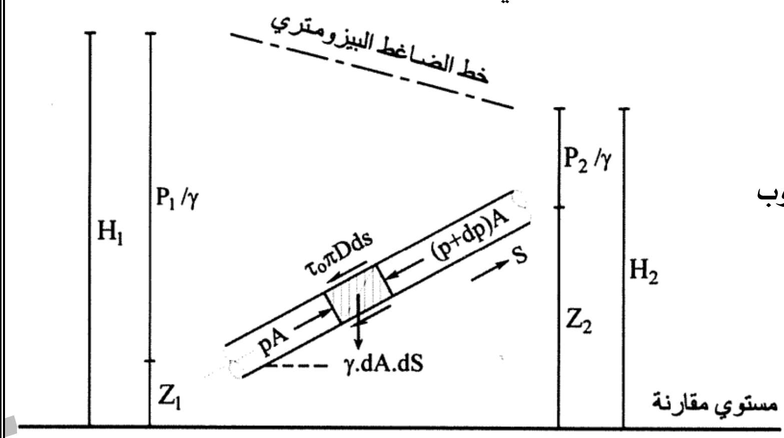
نظريّة العمود الصلد:

إذا كان تغير معدل الجريان (السرعة) مع الزمن قليل نسبيا ، يمكن اعتبار السائل صلد (غير قابل للانضغاط) و الناقل صلد (غير مرن).

تحليل المطرقة المائية اعتمادا على نظرية العمود الصلد والتي تعتمد على:

a) معادلة الحركة للسائل.

b) معادلة كمية الحركة.



نطبق قانون نيوتن الثاني على الأنبوب الأسطواني الذي طوله ΔS.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{G} + \vec{P} + \vec{\tau} = m.\frac{dv}{dt}$$

بالإسقاط على محور الجريان:

$$-G.\sin\alpha + p.A - (p+\Delta p).A - \tau_o.p.\Delta s = \rho.\forall.\frac{dv}{dt}$$

$$-\gamma.A.\Delta S.\sin\alpha - \Delta p.A - \rho.\lambda.\frac{V^2}{8} = P.\Delta s = \rho.A.\Delta s.\frac{dV}{dt}$$

بالاختصار على $-\gamma.A$

$$\Delta S.\sin\alpha. + \frac{\Delta p}{\gamma}.\lambda.\frac{\Delta s}{s}.\frac{V^2}{2.g} = -\frac{\Delta s}{g}.\frac{dv}{dt}$$

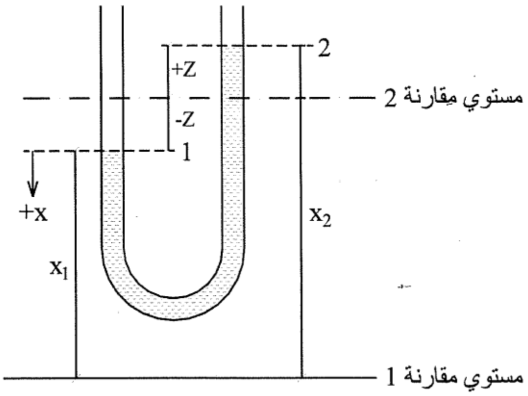
$$\Delta Z+\frac{\Delta p}{\gamma}+\lambda.\frac{\Delta s}{D}.\frac{v^2}{2g}=-\frac{\Delta s}{g}.\frac{dv}{dt}$$

$$\left[Z+\frac{p}{\gamma}\right]_{H_1}^{H_2}=-\frac{L}{g}.\frac{dv}{dt}-\lambda.\frac{L}{D}.\frac{v^2}{2g}$$

$$\boxed{H_1-H_2=-\frac{L}{g}.\frac{dv}{dt}-\lambda.\frac{L}{D}.\frac{v^2}{2g}}$$

العلاقة للحفظ أما الاستنتاج غير مطلوب

حالات تطبيقية على معادلة الحركة:



١) **نوسان سائل في أنبوب أملس على شكل حرف U:**

أنبوب أملس: مقطعه دائري ثابت.

الجريان غير مستقر ضمن الأنبوب

لأن السرعة متغيرة مع الزمن.

بتطبيق معادلة الحركة الأساسية:

$$H_1-H_2=-\frac{L}{g}.\frac{dv}{dt}-\lambda.\frac{L}{\cancel{D}}.\frac{v^2}{2g}$$

(لأن الأنبوب أملس) لا يوجد احتكاك

$$\Rightarrow 2Z=-\frac{L}{g}.\frac{dv}{dt}$$

$$2Z=-\frac{L}{g}.\frac{d^2Z}{dZ^2} \Rightarrow \frac{d^2Z}{dt^2}=-2.g.\frac{Z}{L}$$

و هي معادلة تفاضلية لحركة نوسانية غير متخامدة

حلها العام: $Z=c_1.cos\left(\sqrt{\frac{2g}{l}}.t\right)+c_2\,sin\left(\sqrt{\frac{2g}{l}}.t\right)$

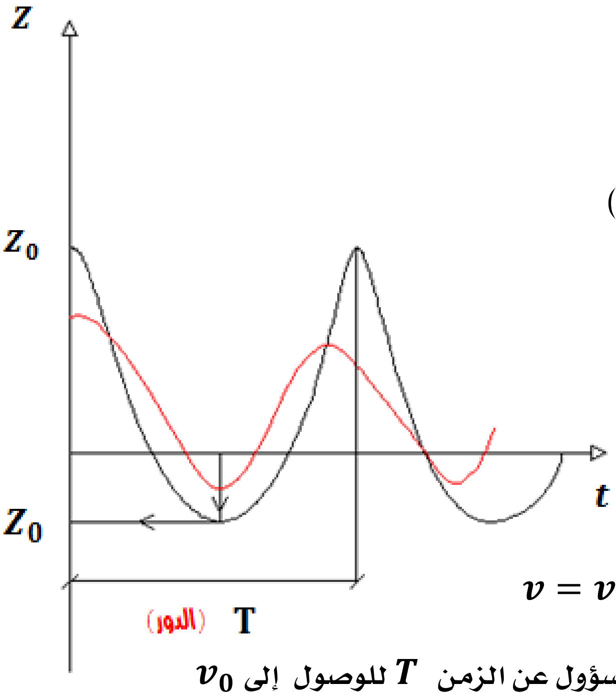
T= 0 $\rightarrow Z=Z_{max}=Z_0 \Rightarrow c_1=Z_0$

$$\frac{dz}{dt}=v=0 \Rightarrow 0=-c_1.\sqrt{\frac{2g}{L}}.\sin\left(\sqrt{\frac{2g}{l}}.t\right)+c_2.\left(\sqrt{\frac{2g}{l}}.t\right).\cos\left(\sqrt{\frac{2g}{l}}.t\right)$$

$$\Rightarrow c_2=0$$

و بتعويض قيم الثوابت:

$$\boxed{Z=Z_0\cos.\left(\sqrt{\frac{2g}{l}}.t\right)}$$



نرسم تابع الحركة $Z = Z_0 \cos\left(\sqrt{\frac{2g}{l}}.t\right)$

نستطيع من المنحني إيجاد قيم Z_{Max} وقيم Z

عند أي قيمة ل t المحني الأعلى (الاحتكاك فيه مهمل)

أما المنحني الأدنى (مع احتكاك) الأنبوب غير أملس

تتخامد فيه الحركة.

٢) زمن تأسيس الجريان:

هو الزمن اللازم عند فتح السكر للوصول إلى

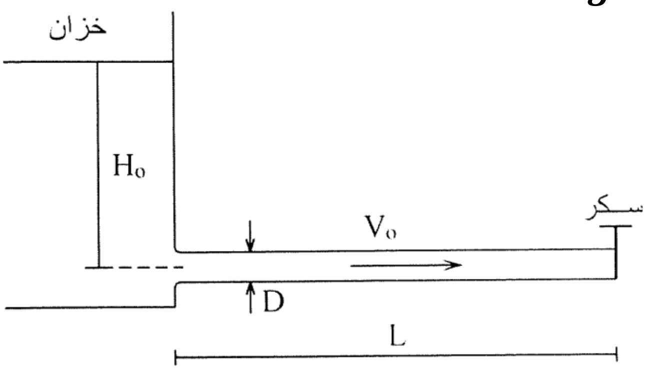
سرعة الاستمرار v_0 حيث $v_0 = \frac{Q}{A}$

$$V = 0 \quad \Leftarrow \quad v = v_0 = \frac{Q}{A}$$

في هذه الحالة لا نستطيع إهمال الاحتكاك لأنه هو المسؤول عن الزمن T للوصول إلى v_0

نطبق معادلة الحركة الأساسية:

$$H_1 - H_2 = -\frac{L}{g}.\frac{dv}{dt} - \lambda.\frac{L_e}{d}.\frac{v^2}{2g}$$



$$L_e = L + \lambda.\frac{k}{D}$$

حيث:

K: معامل الاحتكاك

d: قطر الانبوب

D: قطر الخزان

$$0 - H = -\frac{L}{g}.\frac{dv}{dt} - \lambda.\frac{L}{d}.\frac{v^2}{2g}$$

$$H = \lambda.\frac{L}{d}.\frac{v^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad \lambda.\frac{L}{d}.\frac{1}{2g} = \frac{H}{{v_0}^2}$$

$$H = \frac{L}{g}.\frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{{v_0}^2}.H \quad \Rightarrow \quad H\left(1 - \frac{v^2}{{v_0}^2}\right) = \frac{L}{g}.\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{g.H}{L.{v_0}^2}.\left({v_0}^2 - v^2\right) = \frac{du}{dt} \quad \Rightarrow \quad dt = \frac{L.{v_0}^2}{g.H}.\frac{dv}{({v_0}^2 - v^2)}$$

$$\boxed{T = \frac{L.v_0}{2g.H}.\ln\left(\frac{v_0+v}{v_0-v}\right)}$$

لتأسيس كامل الجريان $\mathrm{v} = 0.99v_0$

$$T_{100\%} = \frac{L.v_0}{2g.H}.\ln\left(\frac{v_0+0.99v_0}{v_0-0.99v_0}\right)$$

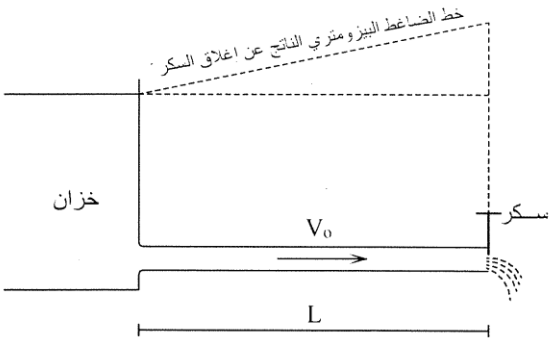
$$T_{100\%} = 2.65\frac{L.v_0}{g.H} \xrightarrow{g=9.81} \boxed{T_{100\%} = 0.27\frac{L.v_0}{H}}$$

لتأسيس ربع الجريان:
$$T_{25\%} = \frac{l.v_0}{2.g.h}\ln\left(\frac{1.25}{0.75}\right)$$

لتأسيس نصف الجريان:
$$T_{50\%} = \frac{l.v_0}{2.g.h}\ln\left(\frac{1.5}{0.5}\right)$$

لتأسيس ثلاثة أرباع الجريان:
$$T_{75\%} = \frac{l.v_0}{2.g.h}\ln\left(\frac{1.75}{0.25}\right)$$

٣) الضاغط الأعظمي الناتج عن إغلاق سكر:



بإهمال الاحتكاك في الأنبوب

نطبق معالة كمية الحركة:

$$H_1 - H_2 = H_0 + \Delta H - (H_0) = \Delta H$$

$$\Delta H = -\frac{L}{g}.\frac{dv}{dt}$$

عندما يكون الجريان مستقر: $Q = Q_0$

$$Q_0 = (cdA)\sqrt{2.g.H_0}$$

عند الإغلاق : $Q = (cdA)'.\sqrt{2.g.(H_0+\Delta H)}$

$$\frac{(cdA)}{(cdA)'} = \tau$$

حيث τ رمز وليس احتكاك

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{(cdA)'}{(cdA)}.\sqrt{\frac{H_0+\Delta H}{H_0}}$$

$$v = v_0.\tau.\sqrt{1+\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = v_0.\frac{d\tau}{dt}.\sqrt{1+\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)}$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{\Delta\tau}{\Delta t} = \frac{\tau_2-\tau_1}{t_2-t_1} = \frac{0-1}{t_c} = \frac{-1}{t_c}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v_0}{t_c}.\sqrt{1+\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)} \Rightarrow \Delta H = \frac{l.v_0}{g.t_c}.\sqrt{1+\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)}$$

$$\frac{\Delta H}{H_0}=\frac{l.v_0}{g.H_0.t_c}.\sqrt{1+\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)} \Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)^2=\left(\frac{l.v_0}{g.t_c.H_0}\right)^2.\left(1+\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)\right)$$

$$\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)^2=K_1.\left(1+\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)\right) \Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)^2-K_1.\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right)-k_1=0$$

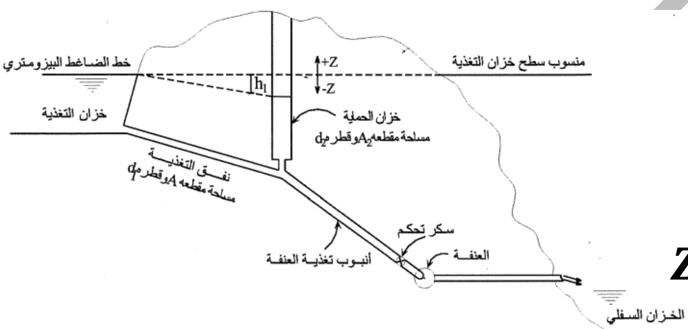
معادلة درجة ثانية ينتج عن حلها $\frac{\Delta H}{H_0}$:

$$\boxed{\frac{\Delta H}{H_0}=\frac{k_1}{2}+\sqrt{k_1+\frac{k_1^2}{4}}}$$

في نظرية العمود الصلد ليس من الضروري التأكد من أن الإغلاق سريع أو بطيء أما جوكوفسكي فيجب أنت نتحقق.

المطرقة المائية في المحطات توليد الكهرمائية: (أهم فقرة في البحث)

المحطات الكهرمائية: منشأة مائية تستخدم الطاقة الكامنة الموجودة في المياه لتوليد الطاقة الكهربائية.



نطبق معادلة كمية الحركة:

$$H_1-H_2=-\frac{L}{g}.\frac{dv}{dt}-\lambda.\frac{L}{d}.\frac{v^2}{2g}$$

$$Z=-\frac{L}{g}.\frac{\Delta v}{\Delta t}-\lambda.\frac{L}{d}.\frac{\overline{v}^2}{2g}$$ وسطي

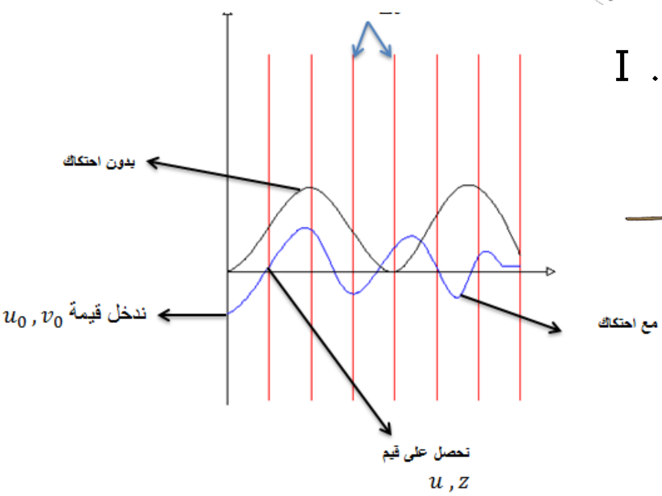
$$\text{I} \ \dots\ Z=-\frac{L}{g}.\frac{v-v_0}{\Delta t}-\lambda.\frac{L}{d}.\frac{\left(\frac{v+v_0}{2}\right)^2}{2g}$$

خزان $Q=Q_0$ أنبوب

$$v.a=V.A$$

$$v=\frac{A}{a}.\frac{dZ}{dt} \quad : V=\frac{dZ}{dt}$$

$$\text{II} \ \dots\dots\ \frac{v+v_0}{2}=\frac{A}{a}.\frac{z-z_0}{\Delta t}$$



بحل المعادلتين I و II نحصل على قيم v و Z حيث $v_0 = \frac{Q}{a}$ و $a = \frac{\pi . d^2}{4}$

$Z_0 = h_f = -\lambda . \frac{L}{d} . \frac{v_0^2}{2g}$ و Δt تفرض $sec\ (2-3)$

يتم حل هذه المسألة عن طريق الحاسب لأ التعويضات صعبة نسبيا.

في المعادلة II عوضنا $\overline{v} = \frac{v+v_0}{2}$ لأن السرعة متغيرة لذلك نأخذ السرعة الوسطية.

عند إلغاء الاحتكاك في الأنبوب:

$$Z = -\frac{L}{g} . \frac{dv}{dt}$$

$$v . a = \frac{dZ}{dt} . A \Rightarrow v = \frac{A}{a} . \frac{dZ}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{A}{a} . \frac{d^2 z}{dt^2}$$

$$Z = -\frac{L}{g} . \frac{A}{a} . \frac{d^2 z}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{g.a}{L.A} . Z$$

$$Z = c_1 . \cos\left(\sqrt{\frac{g.a}{L.A}} . t\right) + c_2 . \sin\left(\sqrt{\frac{g.a}{L.A}} . t\right)$$

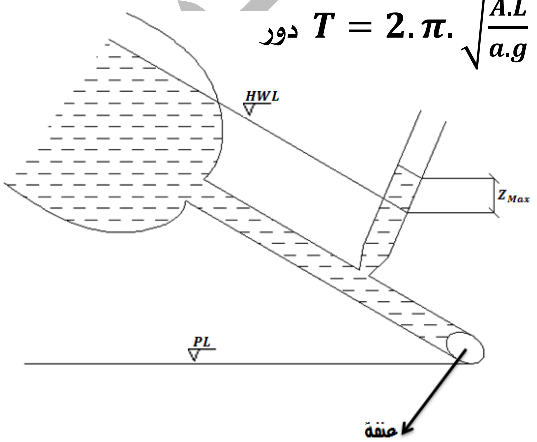
T = 0 → $Z = 0$ ، $v = \frac{dZ}{dt} = \frac{Q_0}{A}$ ⇒ $c_{1=0}$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{Q_0}{A} = c_2 . \left[\cos\left(\sqrt{\frac{g.a}{L.A}} . t\right)\right] \sqrt{\frac{g.a}{L.A}}$$

وبالتالي:

$$c_2 = \frac{Q_0}{A} . \sqrt{\frac{A.l}{g.a}} \Leftarrow \boxed{Z = \frac{Q_0}{A} . \sqrt{\frac{A.L}{a.g}} . \sin\left(\sqrt{\frac{g.a}{L.A}} . t\right)}$$

$$Z_{max} = \frac{Q_0}{A} . \sqrt{\frac{A.L}{a.g}} \quad , \quad T = 2 . \pi . \sqrt{\frac{A.L}{a.g}} \text{ دور}$$



ملاحظة: عند حساب ارتفاع الخزان اللازم للحماية:

$$H_r = \nabla \overline{HWL} - \nabla \overline{pl} + Z_{max}$$

لا ننسَ أن نجمع Z_{max} أو يعطل ارتفاع الخزان ويطلب حساب قطره.

ملاحظة هامة جداً جداً: الاستنتاجات في هذه المحاضرة غير مطلوبة و المطلوب هو حفظ القوانين فقط .