Deflection using energy method:

نظرية الطاقة بإستخدام الإزاحة:

I) principle work and energy:

مبدأ الشغل والطاقة:

$$U_i = U_e$$

Storm energy axial force: $U_i = \frac{N^2 L}{2EA}$

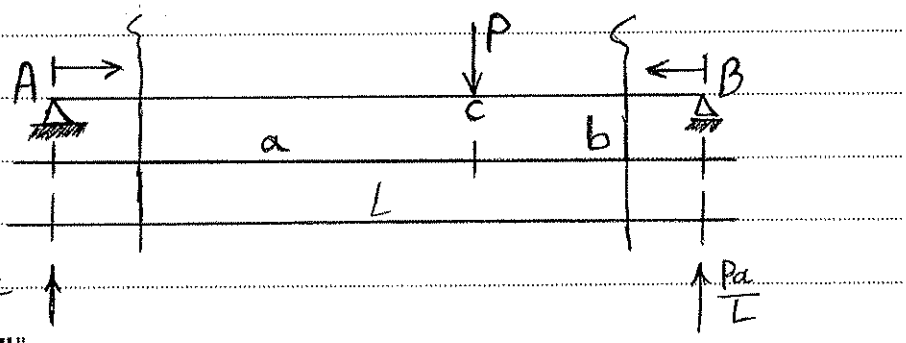
storm energy bending: $U_i = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dL$

$$U_e = \frac{1}{2} P \Delta$$

Example:

Determine the displacement at c:

احسب الانتقالات عند النقطة c:



$$U_i = U_e$$

$$M^{ac} = \frac{Pb}{L} x_1 \qquad 0 \le x \le a$$

$$M^{bc} = \frac{Pa}{L} x_2 \qquad 0 \le x \le b$$

Strain energy : طاقة التشوه

$$w_i = \int_0^a \frac{\left(\frac{Pb}{L} x_1\right)^2}{2EI} dx_1 + \int_0^b \frac{\left(\frac{Pa}{L} x_2\right)^2}{2EI} dx_2$$

$$w_i = \frac{P^2 a^2 b^2}{6EIl}$$

$$w_e = \frac{1}{2} P\Delta \qquad w_i = w_e \Rightarrow \Delta = \frac{Pa^2b^2}{3EIl}$$

Example :

Find the vertical deflection of A.

اوجد الانتقال الشاقولي في العقدة A

$\sum x_i = 0 \quad N_1 = N_2 = N$

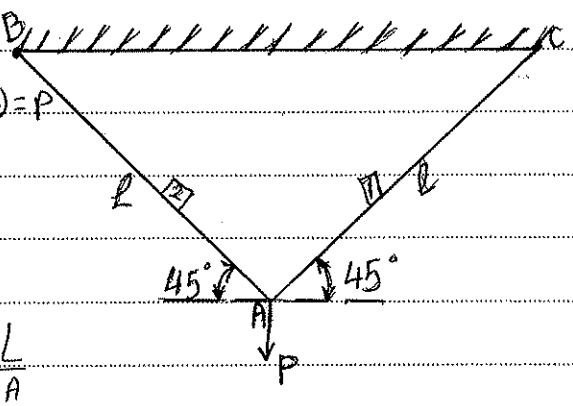
$\sum y_i = 0 \quad N_1 \sin(45) + N_2 \sin(45) = P$

$$N = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$U_i = U_e$$

$$U_i = \frac{N^2 l}{2EA}$$

$$w_i = \frac{N_1^2 l}{2EA} + \frac{N_2^2 l}{2EA} = \frac{P^2 L}{2EA}$$



العمل الخارجي $U_e = \frac{1}{2} P\Delta = w_e \; : w_e = w_i : \frac{P^2 L}{2EA} = \frac{1}{2} P\Delta \Rightarrow \Delta = \frac{PL}{EA}$

II) Virtual Work Method : طريقة الشغل الافتراضي

هذه الطريقة عامة وتأتي دائماً في الإختبارات

في الجزائر الشبكية

- In Trusses

$$1.\Delta = \sum \frac{n.N}{EA} L$$

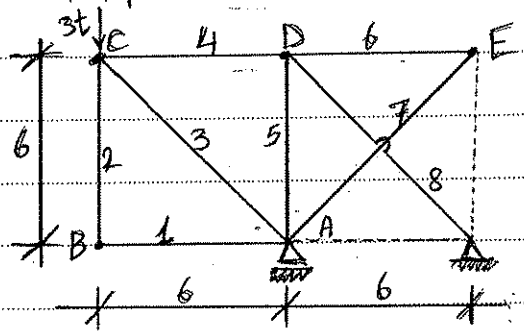
(Virtual forces) n: Force in each member due to the unit load

القوى الوهمية n: قوة ناتجة عن واحدة القوى (حمولة واهمية) في كل عنصر مطلوب

(Real forces) N: Force in each member due to the applied Loads

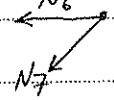
القوى الحقيقية N: قوى في أي عنصر ناتجة عن الحمولة الأصلية المطبقة

Example:



$\delta_E(h) = ?$

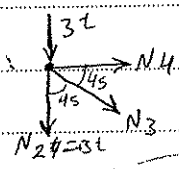
من توازن العقدة E:



$\sum y_i = 0 \Rightarrow N7 = 0$

$\sum x_i = 0 \Rightarrow N6 = 0$

من توازن العقدة C:



$\sum y_i = 0 \Rightarrow N_3 \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 = 0$

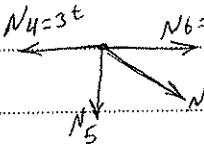
$N_3 = -3\sqrt{2}\ t$

$\sum x_i = 0 \Rightarrow N_3 \frac{\sqrt{2}}{2} + N_4 = 0$

$N_4 = 3\ t$

نرفض دائماً الإشارات السالبة

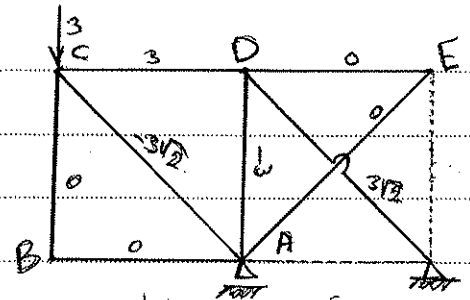
من توازن العقدة D:



$\sum x_i = 0 \Rightarrow N8 \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 = 0$

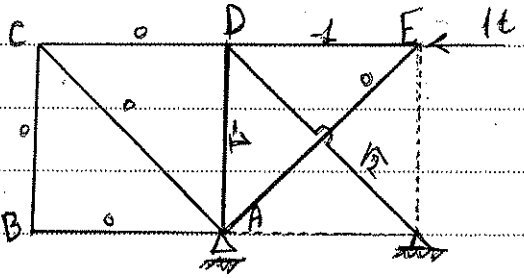
$\Rightarrow N8 = 3\sqrt{2}\ t$

$\sum y_i = 0 \Rightarrow N8 \frac{\sqrt{2}}{2} + N5 = 0 \Rightarrow N5 = -3t$



نحذف جميع القوى الطبيعية ونطبق قوة واحدية باتجاه الانتقال المطلوب حسابه:

نطلب في المثال التالي حساب الانتقال الأفقي في العقدة E.



member	L	N_0	n_0	$N_0 n_0 L$
1	6	0	0	0
2	6	0	0	0
3	$6\sqrt{2}$	$-3\sqrt{2}$	0	0
4	6	3	0	0
5	6	-3	-1	18
6	6	0	-1	0
7	$6\sqrt{2}$	0	0	0
8	$6\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	50,91

$\Sigma = 68,91$

$$\delta E_h = \frac{\Sigma N_0 n L}{EA} \Rightarrow \delta E(h) = \frac{68,91}{EA}$$

عادل هاشم ناصر
هندسة مدنية
0938408492